

Obr. 7

skleníku, jestliže v minulém roce bylo spotřebováno 28,5 t černého uhlí?

- * 98. Pole obdélníkového tvaru o rozměrech 560 m a 380 m mělo výnos 20 t brambor z jednoho hektaru. Kolik hektolitrů lihu se získalo z brambor sklizených z tohoto pole, jestliže z 8 t brambor se vyrobí 10,2 hl lihu?
99. Z řepy uložené na hromadě se ztrácí denně 16 g cukru na každých 100 kg řepy.
- Kolik kilogramů cukru se ztratilo z hromady 328 tun cukrové řepy, když byla odvezena až za 8 dní?
 - Ztrátu cukru vyjádřete v korunách, jestliže 1 kg cukru stojí 18 Kč.
100. 10 dlaždičů mělo předláždít vozovku ulice za 22 pracovních dní. Po čtyřech dnech byli pro urychlení práce doplněni o další dva stejně výkonné dlaždiče.
- Za kolik pracovních dnů dokončí nyní předláždění vozovky?
 - Kolik pracovních dnů celkem trvalo předláždění vozovky?

5 DRUHÁ MOCNINA A ODMOCNINA. PYTHAGOROVA VĚTA

Příklad 1

Kolik m^2 podlahové krytiny je třeba k pokrytí podlahy místnosti, která má tvar čtverce s délkou strany 4,75 m?

Řešení

Máme vypočítat obsah S čtverce, jehož strana má délku $a = 4,75$ m.

$$S = a^2$$

$$S = 4,75^2$$

a) na počítače

<input type="text" value="C"/>	0
4,75	4.75
<input type="text" value="x"/>	4.75
<input type="text" value="="/>	22,5625

b) v tabulkách

n	n^2
475	225 625
4,75	22,5625

$$S = 22,5625, \text{ po zaokrouhlení } S \doteq 22,6.$$

$$S \doteq 22,6 m^2$$

K pokrytí podlahy je třeba asi $22,6 m^2$ podlahové krytiny.

Úlohy

- Kolik m^2 tapet je třeba k vytapetování stropu místnosti, která má tvar čtverce s délkou strany 5,38 m. Výsledek zaokrouhlete na m^2 .
- Součet délek všech hran krychle je 30 cm. Určete její povrch.
- Vypočítejte povrch krychle, jejíž hrana má délku 78,9 cm.
- Nádrž tvaru krychle (bez víka) má hranu délky 1,8 m. Kolik m^2 plechu se spotřebuje na její zhotovení, připočítáme-li 4 % materiálu na spoje a odpad?

Příklad 2

Kolik metrů koberce širokého 4 m je třeba k pokrytí podlahy výstavní síně, která má tvar čtverce s obsahem $62,41 m^2$?

Řešení

Nejprve určíme stranu čtverce, jehož obsah $S = 62,41 \text{ m}^2$.
Platí $S = a^2$, odkud $a = \sqrt{S}$.

$$a = \sqrt{62,41}$$

a) na počítače

$$\boxed{C} \quad 0$$

$$62,41 \quad 62,41$$

$$\boxed{\sqrt{}} \quad 7,9$$

b) v tabulkách

1. způsob

Číslo 62,41 zaokrouhlíme tak, abychom mohli najít druhou odmocninu přímo v tabulce M 1.

$$\sqrt{62,41} \doteq \sqrt{62} \doteq 7,87 \doteq 7,9$$

2. způsob

V tabulce M 1 ve sloupci n^2 lze najít číslo 624 100, kterému odpovídá $n = 790$. To znamená, že $790^2 = 624\,100$ čili $\sqrt{624\,100} = 790$, a tedy $\sqrt{62,41} = 7,9$.

K pokrytí podlahy, která má tvar čtverce s délkou strany 7,9 m, bude zapotřebí koupit dva pásy 4 m širokého koberce; délka jednoho pásu je 7,9 m, celková délka je $2 \cdot 7,9 \text{ m} = 15,8 \text{ m}$.
K pokrytí podlahy je třeba 15,8 m koberce širokého 4 m.

Úlohy

- Vypočítejte, kolik metrů linolea širokého 1,5 m je třeba k pokrytí čtvercové podlahy kuchyně, víte-li, že obsah podlahy je $8,41 \text{ m}^2$.
- Podlaha čtvercové místnosti je vydlážděna 2 209 čtvercovými dlaždicemi o straně 0,11 m. Jaké rozměry má podlaha?
- Čtverec má stejný obsah jako obdélník, jehož strany mají délky 18,85 m a 23,60 m. Vypočítejte délku strany tohoto čtverce.
- Určete délku hrany krychle, je-li její povrch $1\,296,5 \text{ cm}^2$.

Příklad 3

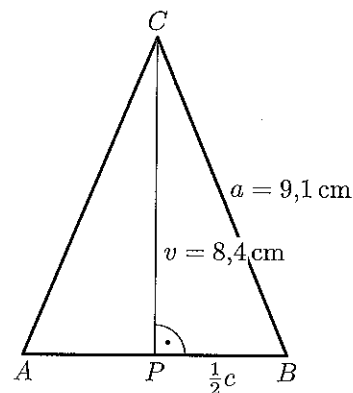
Rovnoramenný trojúhelník ABC má ramena délky $a = b = 9,1 \text{ cm}$ a výška k základně je $v = 8,4 \text{ cm}$. Vypočítejte délku základny c .

Řešení

$$a = 9,1 \text{ cm}$$

$$v = 8,4 \text{ cm}$$

$$c = \dots \text{ cm}$$



Obr. 8

V pravouhlém trojúhelníku BPC podle Pythagorovy věty platí:

$$\left(\frac{c}{2}\right)^2 = a^2 - v^2$$

$$\left(\frac{c}{2}\right)^2 = 9,1^2 - 8,4^2$$

$$\frac{c^2}{4} = 82,81 - 70,56$$

$$\frac{c^2}{4} = 12,25$$

$$c^2 = 49$$

$$c = 7$$

$$c = 7 \text{ cm}$$

Základna AB rovnoramenného trojúhelníku ABC má délku 7 cm.

Úlohy

9. Rovnoramenný trojúhelník ABC má ramena délky $a, b, a = b$, základnu délky c , výška k základně je v . Vypočítejte zbývající údaje, je-li dáno:
- $c = 4,2$ cm, $v = 2,8$ cm
 - $a = 8,2$ cm, $v = 1,8$ cm
 - $v = 52$ mm, $c = 78$ mm
10. Obdélník $ABCD$ má délky stran a, b a úhlopříčku délky u . Vypočítejte zbývající údaj s přesností na desetiny, je-li dáno:
- $a = 72$ mm, $b = 34$ mm
 - $a = 52,3$ cm, $u = 67,1$ cm
 - $b = 2,3$ m, $u = 3,7$ m
11. Délky stran obdélníku jsou v poměru $5 : 12$ a obvod obdélníku je 238 cm. Vypočítejte délku úhlopříčky.
12. Vypočítejte výšku rovnostranného trojúhelníku s délkou strany $a = 3,6$ cm.
13. Vypočítejte obsah rovnostranného trojúhelníku, jehož strana má délku $2,0$ m.

Příklad 4

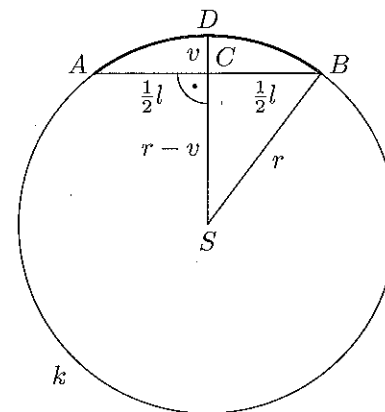
Mostní kruhový oblouk má rozpětí $l = 42$ m a výšku $v = 7$ m. Vypočítejte poloměr kružnice, jejíž částí je kruhový oblouk.

Řešení (obr. 9)

$$|AB| = l = 42 \text{ m}$$

$$|CB| = \frac{l}{2} = 21 \text{ m}$$

$$|DC| = v = 7 \text{ m}$$



Obr. 9

V pravoúhlém trojúhelníku SBC ($|SB| = r$, $|BC| = \frac{l}{2}$, $|CS| = r - v$) podle Pythagorovy věty platí:

$$r^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + (r - v)^2$$

$$r^2 = 21^2 + (r - 7)^2$$

$$r^2 = 441 + r^2 - 14r + 49$$

$$14r = 490$$

$$r = 35$$

$$r = 35 \text{ m}$$

Poloměr kružnice, jejíž částí je kruhový mostní oblouk, je 35 m.

Úlohy

14. Vzdálenost středu kružnice od tětiny je $2,5$ cm, poloměr kružnice $r = 6,5$ cm. Vypočítejte délku této tětiny.
- * 15. Mostní kruhový oblouk má výšku $v = 8$ m. Oblouk je částí kružnice s poloměrem $r = 29$ m. Určete rozpětí tohoto mostního oblouku.
- * 16. V kružnici s poloměrem $7,5$ cm jsou sestrojeny dvě rovnoběžné tětiny, jejichž délky jsou 9 cm a 12 cm. Vypočítejte vzdálenost těchto tětin.

- * 17. Dřevěná koule s poloměrem 12,0 mm plove ve vodě tak, že je ponořena do $\frac{2}{3}$ svého průměru. Určete poloměr kružnice, která je průnikem roviny hladiny vody s povrchem koule.

18. Určete druhou mocninu čísel:

a) 26	-48	128	-365
b) 0,1	-0,4	5,2	-6,6
c) 0,25	-0,42	0,07	-0,09
d) 0,002	-0,005	0,112	-0,234
e) $\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$-\frac{5}{7}$

19. S přesností na desetiny vypočítejte druhou mocninu čísel:

a) 4,29	42,9	-3,67	-36,7
b) 484,72	162,313	-683,47	-234,562

20. S přesností na setiny vypočítejte druhou mocninu čísel:

a) 7,39	25,25	-8,14	-36,72
b) 56,23	27,326	-15,36	-85,659

21. Vypočítejte:

a) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 - \left(-\frac{1}{5}\right)^2$	b) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2 + \left(-\frac{7}{10}\right)^2$
c) $0,8^2 - 0,6^2 - (-0,2)^2$	d) $-0,3^2 + (-0,3)^2 - (-0,3)^2$
e) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 + (-0,8)^2 - (-2)^2$	f) $-0,8^2 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 + (-3)^2$

22. Vypočítejte:

a) $\left(\frac{13}{17}\right)^2 - \left(-\frac{13}{17}\right)^2 + \left(\frac{-13}{17}\right)^2$	b) $\frac{3^2}{11} - \left(\frac{3}{11}\right)^2 + \left(\frac{3}{-11}\right)^2$
---	--

23. Vypočítejte:

a) $(11 \cdot 7)^2$	b) $[11 \cdot (-7)]^2$	c) $(-11) \cdot (-7)^2$
d) $5^2 \cdot 13^2$	e) $(5 \cdot 13)^2$	f) $(-5)^2 \cdot (-13)^2$

24. Vypočítejte:

a) $0,8^2 + (-0,6)^2$	b) $(0,8 - 0,6)^2$	c) $(-0,8)^2 - (0,6)^2$
d) $(-0,8)^2 + 0,6^2$	e) $-0,8^2 + 0,6^2$	f) $-0,8^2 - 0,6^2$

25. Vypočítejte:

a) $\frac{7^2 + 3^2}{2 \cdot 5^2}$	b) $\frac{(7 + 3)^2}{(2 \cdot 5)^2}$	c) $\frac{7^2 - 3^2}{(5 - 2)^2}$
d) $\frac{3^2 - 7^2}{(2 - 5)^2}$	e) $\frac{[3 \cdot (-7)]^2}{(2 + 5)^2}$	f) $\frac{-3^2 - (-7)^2}{(-2)^2 - 5^2}$

26. Pro $a = 8$, $b = -6$ vypočítejte hodnotu výrazu:

a) $\frac{(a + b)^2}{(a - b)^2}$	b) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$	c) $\frac{4a^2 - 3b^2}{a^2b - ab^2}$
----------------------------------	----------------------------------	--------------------------------------

27. Určete druhou odmocninu z čísel:

a) 289	169	4 225	29 929
b) $\frac{49}{784}$	$\frac{441}{3 969}$	$\frac{289}{529}$	$\frac{361}{729}$
c) $\frac{1 728}{12}$	$\frac{5 832}{18}$	$\frac{4 096}{4}$	$\frac{512}{32}$

28. Určete druhou odmocninu z daných čísel s přesností na dvě desetinná místa:

a) 8,82	88,2	882	8 820
b) 3,14	31,4	314	3 140

29. Určete druhou odmocninu z čísel:

a) $289 \cdot 529$	b) $289 + 529$	c) $\frac{3}{7} \cdot \frac{343}{27}$	d) $\frac{4}{9} + \frac{25}{16}$
--------------------	----------------	---------------------------------------	----------------------------------

30. Vypočítejte:

a) $3\sqrt{1 600 + 81} - 3(\sqrt{1 600} + \sqrt{81})$
b) $\sqrt{20^2 + 21^2} - (\sqrt{20^2} + \sqrt{21^2})$

31. Vypočítejte:

a) $\sqrt{256} \cdot \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{1,96}$	b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{10}$
c) $\sqrt{27} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$	d) $\sqrt{0,08} \cdot \sqrt{75} \cdot \sqrt{\frac{3}{8}}$

32. Pro $a = 4$, $b = -3$ vypočítejte hodnotu výrazu:
- | | |
|-----------------------------------|--|
| a) $\sqrt{a^2 + b^2}$ | b) $\sqrt{(a + b)^2}$ |
| c) $\sqrt{(a - b)^2}$ | d) $\sqrt{(b - a)^2}$ |
| e) $\sqrt{(a + 9)^2 - (b - 9)^2}$ | f) $\sqrt{(a + 9)^2} - \sqrt{(b - 9)^2}$ |
33. Vypočítejte objem hranolu se čtvercovou podstavou. Délka podstavné hrany je 16,6 cm, délka boční hrany je 17,5 cm.
34. Určete obsah čtverce, který je a) opsán, b) vepsán kružnici s poloměrem 4,34 cm.
35. Určete obsah kruhu, který je a) vepsán, b) opsán čtverci s délkou strany 6,32 cm.
36. Zahrada tvaru čtverce má výměru 537 m². Kolik metrů pletiva je třeba k oplocení zahrady? Výsledek zaokrouhlete na metry.
37. Obdélníkový pozemek s rozměry 14 m a 56 m byl vyměněn za čtvercový pozemek o stejné výměře.
- Vypočítejte délku strany čtvercového pozemku.
 - Porovnejte pomocí rozdílu a podílu obvodu těchto pozemků.
38. Rozhodněte, zda trojúhelník se stranami daných délek je pravoúhlý:
- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| a) 21 cm, 28 cm, 35 cm | b) 20 cm, 21 cm, 29 cm |
| c) 41 cm, 40 cm, 9 cm | d) 51 cm, 44 cm, 24 cm |
| e) 16,8 cm, 17,5 cm, 4,9 cm | f) 13,9 cm, 20,3 cm, 14,7 cm |
| g) 14,8 cm, 0,185 m, 111 mm | h) 1 600 mm, 232 cm, 1,68 m |
39. Vypočítejte obsah rovnoramenného trojúhelníku, jehož základna má délku 10 cm a rameno je o 3 cm delší než základna.
- * 40. V kosočtverci $ABCD$ je dáno $|AB| = 8,0$ cm, $\alpha = 60^\circ$. Vypočítejte délky obou úhlopříček.
41. Kosočtverec má stranu délky $a = 45,0$ cm a úhlopříčku délky $e = 80,0$ m. Vypočítejte délku druhé úhlopříčky.
42. Vypočítejte délku strany kosočtverce, jehož úhlopříčky mají délky $e = 96$ cm, $f = 40$ cm.
- * 43. V kosočtverci je dáno $a = 160$ cm, $\alpha = 60^\circ$. Vypočítejte délky jeho úhlopříček.

44. V trojúhelníku ABC je dáno $a = 10,0$ cm, $t_a = 13,0$ cm, $\gamma = 90^\circ$. Vypočítejte délku těžnice t_b .
45. Pravoúhlý trojúhelník ABC s odvěsnou délky $a = 36$ cm má obsah $S = 540$ cm². Vypočítejte délku odvěsny b a těžnice t_b .
46. Odvěsny pravoúhlého trojúhelníku ABC mají délky $a = 10$ cm, $b = 24$ cm. Vypočítejte délku těžnice t_c .
47. Vypočítejte obsah rovnoramenného lichoběžníku, jehož základny mají délky $a = 40$ cm, $c = 15$ cm a rameno má délku $b = 19,5$ cm.
- * 48. Je dán čtverec $ABCD$ s délkou strany 100 mm. Vypočítejte poloměr kružnice, která prochází vrcholy B , C a středem strany AD .
49. Vypočítejte délku tělesové úhlopříčky krychle s hranou délky 8 cm.
50. Kvádr má rozměry $a = 12$ cm, $b = 9$ cm, $c = 36$ cm. Vypočítejte délku tělesové úhlopříčky kvádrů.
51. Kvádr s obdélníkovou podstavou o rozměrech 2,1 cm a 2,8 cm má tělesovou úhlopříčku délky 9,1 cm. Vypočítejte výšku kvádrů.
52. Vypočítejte obsah štítu domu, který má tvar rovnoramenného trojúhelníku se základnou délky 12 m a rameny délek 7,5 m.
53. Žebřík délky 8 m je opřen o zeď tak, že spodní konec žebříku je od zdi vzdálen 1,6 m. Do jaké výšky na zdi sahá horní konec žebříku?
54. Z křižovatky dvou přímých navzájem kolmých silnic vyjede ve stejném okamžiku osobní a nákladní auto. Osobní auto jede po první silnici průměrnou rychlostí $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, nákladní auto jede po druhé silnici průměrnou rychlostí $45 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Určete vzdálenost aut za 12 minut.
- * 55. Dvě silnice spolu svírají pravý úhel. Na jedné silnici je 5 km od křižovatky místo P , na druhé silnici je 12 km od křižovatky místo R . Místa P a R jsou spojena přímoúhelnou. Chodec jde z místa R do místa P pěšinou průměrnou rychlostí $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, auto jede z místa R do P po silnicích průměrnou rychlostí $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Určete, za jak

dlouho po příjezdu auta do místa P dorazí chodec, jestliže auto i chodec z místa R vyrazili současně.

- * 56. K letišti letí dvě letadla. V určitém okamžiku je první letadlo vzdáleno od letiště 98 km a druhé 138 km. První letadlo letí průměrnou rychlostí $420 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, druhé průměrnou rychlostí $360 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, přitom dráhy obou letadel jsou navzájem kolmé. Jaká bude vzdálenost letadel za 9 minut?
57. Na těleso působí v témže bodě dvě síly $F_1 = 120 \text{ N}$, $F_2 = 50 \text{ N}$, které svírají úhel velikosti 90° . Určete graficky i početně velikost výslednice těchto sil.
58. Na těleso působí v témže bodě dvě síly $F_1 = F_2 = 400 \text{ N}$, které svírají úhel velikosti 60° . Určete graficky i početně velikost výslednice těchto sil.
59. Z kmene, jehož průměr na užším konci je 28,0 cm, se má vytesat trám čtvercového průřezu. Vypočítejte délku strany největšího možného čtvercového průřezu. Vzhledem k praxi zaokrouhlete výsledek dolů.

6 MOCNINY S PŘIROZENÝM MOCNITELEM A MOCNITELEM NULA

Úlohy

1. Rozhodněte, zda platí:

a) $\left(\frac{1}{8}\right)^{45} > 0$ b) $(-5)^{28} < 0$ c) $(-3)^{33} > 0$

d) $\left(-\frac{1}{7}\right)^{22} > 0$ e) $(-5)^{17} \cdot (-4)^{22} > 0$ f) $(-6)^{20} \cdot 0^{13} < 0$

2. Vypočítejte:

a) $\left(\frac{2}{3} \cdot 1,5 - 2\right)^{40}$ b) $(2^2 \cdot 6 - 3 \cdot 2^3)^{47}$

3. Ve tvaru mocniny se základem 0,1 zapište:

- a) jednu setinu b) jednu desetitisícinu
c) jednu miliontinu d) jednu desetimiliontinu

4. Dané údaje vyjádřete v jednotkách uvedených v závorce a zapište je ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbb{N}$:

- a) 5 m (cm), 10 m (mm), 370 km (m)
b) 23 m² (cm²), 610 ha (m²), 820 km² (ha)
c) 36 m³ (cm³), 56 l (cm³), 250 hl (m³)

Příklad 1

Vypočítejte:

a) $5a^3b^2 \cdot 4ab^3$ b) $12x^5y^3z^2 : 3x^2y^3z^4$

Řešení

a) $5a^3b^2 \cdot 4ab^3 = (5 \cdot 4) \cdot (a^3 \cdot a) \cdot (b^2 \cdot b^3) = 20 \cdot a^{3+1} \cdot b^{2+3} = 20a^4b^5$

b) $12x^5y^3z^2 : 3x^2y^3z^4 = (12 : 3) \cdot (x^5 : x^2) \cdot (y^3 : y^3) \cdot (z^2 : z^4) =$

$$4 \cdot x^{5-2} \cdot y^{3-3} \cdot \frac{1}{z^{4-2}} = 4 \cdot x^3 \cdot y^0 \cdot \frac{1}{z^2} = \frac{4x^3}{z^2}, \quad x \neq 0, y \neq 0,$$

$$z \neq 0$$